

COMPOSITION HARMONISÉE DE MATHÉMATIQUES DU SECOND SEMESTRE

EXERCICE 1 (8 points)

1. Soit $K(x) = x^2 + 3x - 4$
 - a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $K(x) = 0$. (1pt)
 - b. En déduire une factorisation de $K(x)$. (1pt)
2. Soit $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
 - a. Montrer que 1 est une racine de P . (0,5pt)
 - b. Factoriser complètement $P(x)$. (1pt)
3. On suppose $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ et on pose $F(x) = \frac{P(x)}{K(x)}$.
 - a. Préciser la condition d'existence D_F de la fonction F . (1pt)
 - b. Simplifier F sur D_F . (0,5pt)
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $F(x) = 0$ et l'inéquation $F(x) \leq 0$. (1pt + 1pt)
5. Déduire de la question (1.a), les solutions de l'équation $e^{2x} + 3e^x - 4 = 0$ (1pt)

EXERCICE 2 (9 points)

Soit la fonction numérique f de la variable réelle x , définie par $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x+1}$.

On appelle la représentation graphique de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f , puis étudier les limites de f aux bornes de D_f . (1pt + 1pt)
- 2) a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à (C_f) et préciser l'autre asymptote. (1pt)
b) Étudier la position de (C_f) par rapport à (D). (0,5pt)
- 3) Montrer que le point S (-1, -1) est centre de symétrie de (C_f) . (0,5pt)
- 4) Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f'(x) = \frac{x^2+2x+3}{(x+1)^2}$ puis établir le tableau de variation de f . (1pt + 1pt)
- 5) a) Montrer que (C_f) rencontre l'axe des abscisses aux points A et B d'abscisse respectives $x_A = -2$ et $x_B = 1$. (1pt)
b) Donner une équation de la tangente à (C_f) en A, puis une équation à (C_f) de la tangente en B. (1pt)
- 6) Construire (C_f) , les asymptotes et les tangentes en A et en B. (1pt)

EXERCICE 3 (3 points)

Dans chacun des cas suivants, déterminer D_f , l'ensemble de définition de f et la dérivée f' de f .

1. $f(x) = \ln(3x - 9)$
2. $f(x) = e^{(3x-9)}$
3. $f(x) = \frac{3}{e^{x+1}}$

Bonne chance !!